

१५००
कहानी

२०२६
००९९.३.६८

२०५६
११.२.६८

१५०
कहानी

विप्लवकथा

१५०
कहानी

तुलसीदास की कथाएँ

गुणाकर मुले

© १९६१, राजकमल प्रकाशन प्राइवेट लिमिटेड, दिल्ली

कलापक्ष

एनोसिगटिड यार्लिस्ट, नई दिल्ली

प्रकाशक

राजकमल प्रकाशन प्राइवेट लिमिटेड, दिल्ली

मुद्रक

शोभा प्रिन्टर्स, दरद७, माँडल वस्ती, दिल्ली

जेनो की पहेलियाँ	७
अकगणित की पहेलियाँ	१०
ज्यामितीय पहेलियाँ	४२
प्रायिकता सिद्धान्त की पहेलियाँ	५६
विविध पहेलियाँ	६४
अनन्त-संबंधी पहेलियाँ	८१
तार्किक-गणित की पहेलियाँ	९६

जेनो की पहेलियाँ

इस पुस्तक का श्रीगणेश हम जेनो की पहेलियों से ही करेंगे। सामान्यजन वैसे ही गणित की दुर्बलता से आतंकित हैं। आरंभ में जेनो की इन पहेलियों की तार्किक गभीरता से पाठकजन हतोन्साहित न हो जाएँ। इन पहेलियों को सर्वप्रथम तो हम इसलिए दे रहे हैं कि न केवल जनसाधारण के लिए, अपितु गणितज्ञों एवं दार्शनिकों के लिए भी ये पहेलियाँ समान रूप से पिछले ढाई हजार वर्षों में मिर-दर्द बनी हुई हैं। पिछली शताब्दी के अंतिम चरण में ही हम इनकी कुछ-कुछ सही व्याख्या कर पाए हैं। परंतु आज भी हम शत्रु के साथ यह नहीं ही कह सकते कि इन्हें हमने पूर्ण रूप से हल कर लिया है। यहाँ पर हम केवल इन्हें अपने मूल रूप में प्रस्तुत करेंगे।

इलियाका जेनो (ई० पू० ४६५—४३५) प्रसिद्ध दार्शनिक पर्मनिहेस का मित्र था। जेनो के जीवन के बारे में हम बहुत कम जानते हैं। हम इतना-भर जानते हैं कि जेनो ने जब अथेन्स की यात्रा की तो गति-सम्बन्धी अपनी चार पहेलियों द्वारा अथेन्स के दार्शनिकों को उसने चकित कर दिया था। जेनो की चार पहेलियाँ इस प्रकार हैं —

(४) इस चौथी पहेली द्वारा जेनो ने सिद्ध किया कि प्राधा नमय दुगुने समय के बराबर है। निम्न तीन पंक्तियों पर विचार कीजिए—

प्रथम स्थिति	द्वितीय स्थिति
(अ) ० ० ० ०	(अ) ० ० ० ०
(ब) ० ० ० ०	(ब) ० ० ० ०
(क) ० ० ० ०	(क) ० ० ० ०

(अ) पंक्ति के शून्य स्थिर हैं, परन्तु (ब) और (क) पंक्तियों के शून्य समान वेग से विपरीत दिशाओं में गतिमान हैं। 'द्वितीय-स्थिति' पर पहुँचने पर, (ब) पंक्ति (अ) के दुगुने वेग से (क) के शून्यों को पार कर लेती है। अतः (ब) को (अ) के शून्यों को पार करने में जितना समय लगता है, वह (क) के शून्यों को पार करने के समय का दुगुना होगा। परन्तु (ब) और (क) को (अ) की स्थिति तक पहुँचने में बराबर ही समय लगता है। अतः दुगुना समय प्राधे समय के बराबर हुआ।

अंकगणित की पहेलियाँ

विशाल संख्याएँ :

भीतिकवेत्ता, खगोलवेत्ता आदि को हमेशा बड़ी-बड़ी संख्याओं का उपयोग करना पड़ता है। इन विशाल संख्याओं को संक्षेप में लिखने का गणित में एक सरल तरीका है :

$$\text{एक अरब} = 1,000,000,000$$

$$= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

अब यदि हम 10×10 को 10^2 द्वारा प्रकट करते हैं, $10 \times 10 \times 10$ को 10^3 द्वारा प्रकट करते हैं, तो उपरोक्त

अरब की संख्या, नौ 10 का गुणनफल होने के कारण 10^6 द्वारा प्रकट की जाएगी। \therefore अरब को हम 10^6 द्वारा प्रकट करेंगे। इसी प्रकार $36,570,000,000$ को हम 3.657×10^{10} द्वारा प्रकट करेंगे।

अब हम विधि से संबंधित एक सवाल को सीजिए—
 2 द्वारा लिखी जाने वाली सबसे बड़ी संख्या कौनसी होगी? आपकी कुछ मभावनाएँ इस प्रकार की होंगी—

$200, 22^2, 2^{2^2}$, और 2^2 ?

इनमें सबसे छोटी संख्या है— $2^2 = 2^4 = 16$ । इसके बाद 22^2 का स्थान आता है। फिर $22^2 = 484$ का। सबसे बड़ी संख्या है $2^{2^2} = 4,194,304$ ।

अब हम इन विशाल संख्याओं का कुछ चमत्कार देखेंगे।

शतरंज का जादू :

शतरंज के खेल के नियमों को आप न भी जानते हों तो कम-से-कम इतना तो सभी जानते हैं कि शतरंज चौरस पटल पर खेला जाता है। इस पटल पर 64 छोटे-छोटे चौकोण होते हैं।

प्राचीन काल में पर्गिया में शिरम नाम का एक बादशाह था। मगरंज की धार्मिक शक्तों को देखकर यह गेल उसे बेहद परेश था। मगरंज के गेल का याचिकापत्र उसी के राज्य का एक बृहत् फकीर है, यह जानकर बादशाह को गुशी हुई। उस फकीर को इनाम देने के लिए दरवार में बुलाया गया :

“तुम्हारी उन अद्भुत शक्तों के लिए मैं तुम्हें इनाम देना चाहता हूँ। मांगो, जो चाहे मांगो,” बादशाह ने कहा।

फकीर—उसका नाम सेसा था—चतुर था। उसने बादशाह से अपना इनाम मांगा—“हुजूर, इस पटल में ६४ घर हैं। पहले घर के लिए आप मुझे गेहूँ का केवल एक दाना दें, दूसरे घर के लिए दो दाने, तीसरे घर के लिए ४ दाने, चौथे घर के लिए ८ दाने और...। इस प्रकार ६४ घरों के साथ मेरा इनाम पूरा हो जाएगा।”

“बस इतना ही ?” बादशाह कुछ चिढ़ गया, “खैर, कल सुबह तक तुम्हें तुम्हारा इनाम मिल जाएगा।”

सेसा मुस्कराता हुआ दरवार से लौट आया और अपने इनाम की प्रतीक्षा करने लगा।

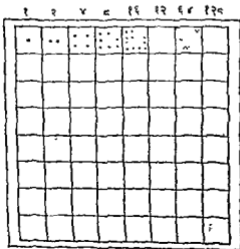
बादशाह ने अपने दरवार के एक हिसाब-पंडित को गणना करने का हुक्म दिया। पंडित ने हिसाब लगाया—

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + \dots$$

(६४ घरों तक)

$$\text{अर्थात् } 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$$

अर्थात् = १८,४८६,७४४,०७३,७०६,५५१,६१५ गेहूँ के दाने । गेहूँ के इतने दाने बादशाह के राज्य में तो क्या संपूर्ण पृथ्वी पर भी नहीं थे । बादशाह को अपनी हार स्वीकार कर लेनी पड़ी ।



रातरंज पटल और गेहूँ के दाने :-

उपरोक्त गणना की एक संवाद द्वारा स्पष्ट कर
 देना उचित होगा। अपने वचन की एक घटना मुझे याद
 आती है। एक दिन मेरे वह भाई साहेब ने सिद्धों का
 एक खैल समझाया। उन्होंने खैल पर तीन खोटे खैली
 और इनमें से एक में ५ घना-घना सिक्के रखे—कमरा:
 एक के ऊपर एक—एधवा, अधनी, बधनी, एकनी और
 एक धना। इन पाँचों सिक्कों की, इसी क्रम में, दूसरी
 खोटे में रखना था। परन्तु तीन सिक्कों का घना बनने

X X X

1783

परन्तु गणित-विद्या से कौन परिवर्तनों की संख्या होगी
 इस बात पर यादद यकायक आप विवेचन न करें।

महाशय की क-म-से-क-म ५००,०००,०००,००० वर्ष लगे।
 नियम के अनुसार १४ तदवस्थाओं की बदलने में पचासी
 लेकिन आपका अर्थमान गलत है। उपरोक्त, बहा-

निश्चय रूप से एक छह से दसवीं छह में पहुँच जायगी।
 आप कहेंगे—'इतने परिवर्तनों में ही १४ तदवस्थाओं

लगायत १,०००,००० तदवस्थाओं बदल लेंगे।
 दिन में आप लगभग १००,००० तदवस्थाओं और १० दिन में
 षडे में आप ३६०० तदवस्थाओं बदल लेंगे। इसी प्रकार एक

अन्य नहीं हुआ। अब अठानी कहीं रखें ? थोड़ा सोचने में बैसा हो किया। परन्तु इससे मरी कठिनइयाँ का वह पुनः तीसरी वस्त्रों वाली मिलनी।”

भाई साहेब ने मदद की, “धैरे को इकतनी पर रखो।

मानो।) यह तो दोनों से बड़ा है। न करे, इनके सुयोग के अनुसार हो इन्हें हम छोटा-बड़ा उठाई, परन्तु इस कहीं रखें ? (निकी के आकार पर विचार फिर इकतनी उठाकर दूसरी वस्त्रों में रखो। फिर चक्की में बैसा उठाया और तीसरी वस्त्रों में रखो।

वृद्ध करो।” भाग में मुग्ध हो गये।

“निगम पुनः गणक में आ गए हैं, अब अपना काम पूरा।

भारती, पत्नी और पुत्र) — एक के अर

ती शरीर शक्तिगत रूप में (रक्षा, शक्ति,

शक्ति रूप में शरीर शक्ति, शरीर शक्ति

शक्ति रूप में शरीर शक्ति। परन्तु शक्ति में शरीर शक्ति

(१) शरीर शक्ति में शरीर शक्ति में शरीर शक्ति

(२) शरीर शक्ति में शरीर शक्ति में शरीर शक्ति

(३) शरीर शक्ति में शरीर शक्ति में शरीर शक्ति

। १०५ ११६०

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

... ११६० = ० + १ + १ + १

X

X

X

इतिवत् संख्या होगी—२३—१।

काशी के मन्दिर में २४ तख्तियाँ। इन दोनों पहिलियों
अच्छी तरह से समझ सकते हैं। शतरंज में २४ घर हैं
अब हम शतरंज का जाल और सृष्टि का आन

X

X

X

२ × २ = ४ घर परियोजना करने होंगे।

घर ४ की वजह से निकलेंगे तो हमें २ × २ × २ × २
दोनों से इतिवत् परियोजना की संख्या प्राप्त होगी है।
अपने-आप से गुणा करते और फिर उनमें से १ को घटा
जाए तो जाता है कि जिनके निकलेंगे, उनको घार २
होगा (उपरोक्त) तालिका पर विचार करने से

$$१ - २ \times २ \times २ \times २ = १६$$

$$१ - २ \times २ \times २ \times २ = १६$$

$$१ - २ \times २ \times २ = ८$$

$$१ - २ \times २ = ३$$

— १६ ८ ३ ३

— १६ ८ ३ ३ — १६ ८ ३ ३

१ १ १ १

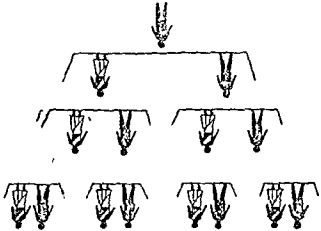
— १ १ १ १ — १ १ १ १

— १ १ १ १ — १ १ १ १

— १ १ १ १ — १ १ १ १



मान के सिद्धि भी गीबन मर्त्य की एक भा है।
 एक सिद्धि है। १ दादा-दादी नाना-नानी है। फिर
 इनके भी माता-पिता हैं— ८। (देखिए चित्र)। यथा
 एक पीढ़ी पहले उसके २ पूर्वज थे, दो पीढ़ी पूर्व ४ या
 २x२ या २² पूर्वज थे, तीन पीढ़ियाँ पूर्व २x२x२
 या २³ पूर्वज थे... ५ पीढ़ियाँ पूर्व २⁵ पूर्वज थे।
 मान लीजिए कि एक पीढ़ी के २० वर्ष हैं। तब कल्प
 ३०० वर्ष पूर्व—२० पीढ़ी पूर्व—हमारे से पहलेक के
 २००० वर्ष पूर्व।



आजकल हम बड़ी जनसंख्या की समस्या से निमित्त
 हैं। परन्तु निम्न पहेली को पढ़ने के बाद, थोड़ी देर के लिए
 ही सही, आपकी चिंता दूर हो जाएगी।

अफंवाह कैसे फैलती है :
 कई बार देखने में आता है कि कुछ थोड़े-से व्यक्ति
 द्वारा देखी या सुनी कोई अद्भुत घटना चंद घंटों में ही
 सारे शहर में फैल जाती है। अफवाह जो यह वैज गति

X X X

यदि कभी आपने उस प्रकार का पत्र न भी मिला
 है, तब भी उस प्रकार की बात आपने अवश्य सुनी होगी।
 एक व्यक्ति किसी दो व्यक्तियों को पत्र लिखता है और
 उनसे कहता है कि 'इस पत्र को नकल करके और
 व्यक्तियों को भेज दो।' अब देखिए, नतीजा क्या होता है।
 पहले जनसंघ दो केवल दो पत्र लिखकर आराम करमा
 है। दूसरी स्थिति में पत्रों की संख्या $2 \times 2 = 2^2$ है।
 जाती, है तीसरी स्थिति में $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ और यह संख्या
 बढ़ती ही जाती है। ३०वीं स्थिति में पत्रों की संख्या
 $2^{30} = 1,073,741,824$ हो जाएगी।

X X X

क्या मैं इस प्रकार के प्रकार पर यह निश्चय किया कि
 शहर में एक ही प्रकार की अफवाह फैलती है। क्या आप इस
 गति को समझते हैं ?



प्रकार होगी—

दूसरी प्रकार यदि अणुवाह फूलों रहे तो परिणाम इस

व्यक्तिगत तक पहुँच जाती है।

सक पहुँचता है। 5.75 बजे यह खबर $83 + (3 \times 2) = 80$

हम ६ लोगों में से प्रत्येक इस समाचार को और तीन लोगों
इस खबर को $4 + (3 \times 2) = 10$ लोग जान जाते हैं।

व्यक्तियों को भुगतता है। अर्थात्, आठ घंटे के प्रचार
इस तीनों में से प्रत्येक इस खबर को पुनः दूसरे तीन

और स्वयं खबर सुनाने जाता।

को केवल ४ व्यक्ति जानते हैं—जिन परिवार के ३ व्यक्ति
बाद—मान लीजिए कि सुबह के 5.75 बजे—उस खबर

इस प्रकार उस आठवें के सहित पहुँचने के 84 मिनट

खबर सुनाने में 84 मिनट का समय लगता है।

उसके तीन सदस्यों को यह यह खबर सर्वप्रथम सुनाता है।

बसपट्टी खबर जाता है। जिस परिवार में वह ठहरता है,

में राजधानी से एक व्यक्ति जाता है। अपने साथ वह एक

कल्पना कीजिए कि पचास हजार की बस्ती वाले सहित

कि इसमें आठवें को कोई बात नहीं।

से निवार कर, दो घण्टे बाद स्पष्ट हो जाएगी। आप देखेंगे

लेकिन इस पहली पर यदि आप थोड़े अंकगणित पर

देती है।

सर्वप्रथम ही इस अवधिगत कर देती है, उदाहरण में जिन

किसी संख्या को आप अपने मन में मान लीजिए और
कुछ परिक्रम-प्रश्नों के बाद मैं आपको मानी हुई संख्या
बता दूंगा। वही संख्या इस प्रकार के 'मनोरहेत्य' को
पहेलियाँ मानते हैं और इनका काफ़ी प्रचार भी है। नीचे

आप मान लीजिए, मैं बता दूँगा :

जाती है।

एक व्यक्ति जानता था १०.३० तक संपूर्ण शहर में फल
शहर जान जाएगा। इस प्रकार जो खबर = बने कबल
और शबल १५ मिगटों के पूर्व ही इस खबर को संपूर्ण

= २२५२४ लोग जान लेंगे।

१०.१५ तक इस खबर की २२३१५ (३ × २५३१)

= २२३१ लोग जान लेंगे।

१०.०० तक इस खबर की ३२२० (३ × १०७३)

= ३२२० लोग जान लेंगे।

९.४५ तक इस खबर की १०९३ (३ × ३६४)

= १०९३ लोग जान लेंगे।

९.३० तक इस खबर की ३६४ (३ × १२१)

= ३६४ लोग जान लेंगे।

९.१५ तक इस खबर की १२१ (३ × ४१)

= १२१ लोग जान लेंगे।

९.०० तक इस खबर की ४१ (३ × १३)

X

X

शः शै, विमर्कल ठीक है।

वः शेष संख्या १० है, है न ?

[११८, १०८, ५४, ३४, ३२, १७, १० ।]

जाता है—७, १७, ३४, ६४, १०८, १७६, २७६, ३५६, ४५८, ५१८, १०८०]
३० वृत्त है तो है और उसकी आयु २० वर्ष है। वह सोचता है
[अ आरंभ में ७ को मान लेता है। उसकी जैव में

में सोचती हुई संख्या को बता दो।

अपनी आयु के वर्षों को बता दो। २ से भाग दो। आरंभ
द्विगुण वृत्त में बता दो। १० बटाओ। २ से भाग दो।
कारक वृत्त में जाओ। २ से भाग दो। अपनी जैव के वृत्त के
गुणा करो। २० जाओ। वृद्धिरी आयु के वर्षों को ४ से गुणा
करो। अपनी जैव में जिनके वृत्त हैं उन्हें जाओ। ४ से
वः निती संख्या की भाग दो। १० जाओ, २ से गुणा

प्रकार होता है।

होता है कि 'व' शब्द आरंभ में सोचती हुई संख्या अपने-आप
बोला है। 'व' को विभिन्न पद्धतों में प्रकार से रखने
'व' को विभिन्न पद्धतों में रखने उचित बताया

X

X

X

होता है।

शेष संख्या बता दो। शेष संख्या मानो हुई संख्या

कोई भी गुणनफल) जोड़ें दीजिए । इस प्रकार जो संख्या
 कीजिए, आरंभ की संख्या को घटा दीजिए । ५४ (या ६ का
 व : किसी संख्या को मान लीजिए । १० से गुणा
 से भाग देना संभव है ।

संभव हो, तो फिर इस संख्या के अंकों के योग को भी ६
 कोई भी संख्या, जिसे ६ द्वारा ठीक-ठीक भाग देना

X X X

होगा १०८६ ही आएगा ।

आरंभ में भाग कोई भी संख्या मान लीजिए, परियाम

श : ठीक है ।

व : परियाम १०८६ है, ठीक है ?

$$= ५३ - ३५ = १८, १८ + १८ = ३६]$$

[श मन में गुणा करता है : ५३, ३५,

दीजिए । परियाम को घटा दीजिए ।

इसी प्रकार ही करता रहते हैं वनते वनते संख्या जोड़ें
 में से छोटी संख्या बड़ी में घटा दीजिए । शेष संख्या में से
 की छोटी संख्या बड़ी संख्या बनाएँ । इन दोनों
 व : ३ में से छोटी संख्या जोड़ें संख्या लीजिए । इन अंकों

X X X

दीजिए ।

१०००-५-५५ ५५ में से छोटी संख्या लीजिए । शेष संख्या
 में से छोटी संख्या बड़ी संख्या बनाएँ । इन दोनों संख्या
 में से छोटी संख्या बड़ी में घटा दीजिए । शेष संख्या में से

प्राप्त है—२० के लिए २७ (२० के लिए) को
 [२० को २७ से भाग देने पर बची संख्या] को

श : २३ ।

[श सीखा है, २३४५६७, २३४५६७—२३४५६७, २३४५६७, २३४५६७, २३४५६७, २३४५६७, २३४५६७]

का योग बताए ।

२ को छुड़कर कोई भी एक कोटा दीजिए और शेष अंकों
 है कि इस संख्या को २ से भाग देने पर ४ शेष बचते हैं ।]

कम से, छुड़कर कर दीजिए । ३० जोड़ दीजिए । [व जानना
 योग को घटा दीजिए । प्राप्त संख्या के अंकों में मनवा है
 व : किसी संख्या को मान लीजिए । इसके अंकों क

X X X

श : ठीक है ।

व . निकाला हुआ अंक ७ था ।

प्राप्त है—२७—२०=७]

प्राप्त है । इस ६ के निकटतम बड़े गुणनफल २७ में से
 [व इस संख्या के अंकों को जोड़ता है । २० उत्तर

श : ४१६

[४१६२ + ४२३५ = ४६५१, ४१६३]

[श सीखा है, ४२३५, ४२३५, ४२३५—४२३५]

संख्या शुरू बताए ।

निकाली उसका कोई भी एक निकाल दीजिए और शेष

* 2 *

* 2 *

** 2 *) 2 *****) (***)

। ॐ नमो भगवते वासुदेवाय । ॐ नमो

विष्णवे नमः ॥ ॐ नमो भगवते वासुदेवाय ॥ ॐ नमो

: नमो भगवते

X

X

X

। ॐ नमो

विष्णवे नमः ॥ ॐ नमो भगवते वासुदेवाय ॥ ॐ नमो
विष्णवे नमः ॥ ॐ नमो भगवते वासुदेवाय ॥ ॐ नमो
विष्णवे नमः ॥ ॐ नमो भगवते वासुदेवाय ॥ ॐ नमो

। ॐ नमो भगवते

ॐ नमो भगवते वासुदेवाय ॥ ॐ नमो

[ॐ नमो

विष्णवे नमः ॥ ॐ नमो भगवते वासुदेवाय ॥ ॐ नमो

जाती है।"

एक ओर २० पंखों की एक श्याम १० पंखों से कम
कीमत मिलती। दूसरी श्याम से पहले पर परावर पंख
पंखों के लिए शीतली के ४० पंखों की शीतली से
उपने ही पंख फाल करती, किसी कि कुछ ३०
श्यामों के साथ, बड़ी संख्या में पंखों के लिए
कुछ कीमत पर उठा रही। किफ्त उन्हें एक मात्र उद्योग है,
कहें, "मीटर पंख ही श्याम कीमत बढ़ कर ली। निजिब की
में, "यह लीग पंख में श्यामों का कर ली," कुछ से

१० पंखों के लिए, श्यामों को ३० पंखों को ४०।

श्यामों के लिए की १० पंखों के लिए या और श्यामों की
कितनी की शीतली-निजिब करती थी। एक दिन उसने
एक बड़े शीतली के बचकर श्यामों की श्यामों लीग
एक पंखों है—

की एक पंख किफ्त थी। निजिब पंखों के ही पुस्तक की
बहिबहारी के ही किफ्त थे। इन्होंने गणित की पंखियां

बहिबहारी की पंखों :

- १, २००२ = ५१५ : २३२, २०२, १
- १, २००, २०० = ३२५ : २०२, ०, २०२
- १, ३३३, २०२ = ३२३ : २०२, ३२३, १
- १, ३३३, १०२ = ३२३ : २०२, १०२, ३२३

कुछ प्रश्नों के लिए विभिन्न हैं :

कहा ।

“बल्किन यह तो बहुत ऊँची कीमत है, ” वसुदेव ने

जापूरा ।”

आवश्यकता होगी, यह कीमत भी वे देने को तैयार हो
“दे, मैंने प्रति अर्जत । विरवस रखा, जिन्हें अर्जतों की

ने पूछा ।

“यदि शेष अर्जतों को हम क्या कीमत रखेंगे ?” छाँटी

जायार में अर्जतों की कीमत है ।”

की कीमत हमें बड़ा दोगे । मैंने पता लगा लिया है कि आज
“कहाँ बड़ा नहीं, ” बड़ा बड़ा कीमत न कहो— शेष अर्जतों

बड़ा कीमत न आपत्ति की ।

“बल्किन यह तो बहुत कम कीमत है, ” वसुदेव

की दे शाना कीमत रखेंगे । ठीक है ?”

शोर फिर उस कीमत में दे-कर नहीं करता । हम उ अर्जतों

बुद्धि । उस शाना अर्जतों की हम एक निश्चित कीमत रखेंगे

बड़ा न करे, “हम शाना एक शोर में बड़ा ० अर्जतों

अर्जतों कीमत को बड़ा, बल्कि बड़ा बड़ा बड़ा बड़ा बड़ा ।

बड़ा न शाना नगी । शाना बड़ा बड़ा न बड़ा न बड़ा

शाना बड़ा नगी । शाना बड़ा बड़ा शाना शाना शाना शाना

शाना शाना शाना शाना शाना शाना शाना शाना शाना शाना

शाना शाना शाना शाना शाना शाना शाना शाना शाना शाना

शाना शाना शाना शाना शाना शाना शाना शाना शाना शाना

“क्या ? तुम पगल हो जाओगे ?”

“एक झूठे के नाम है यहाँ, ” उधर ने उत्तर दिया ।

फिरनी कीमत बाढ़ती है ?”

बाबूजी बड़ी के पास पहुँचा, “तुम यहाँ क्यों आते हो ?”

बाबूजी ने, यहाँ के पास २ मीटर बड़ी के पास ३ ।

कर फिरो के भी पास झूठे नाम है ! बाबूजी के पास १
है पार था । लेकिन यह था, इन तीन खडकियों की खंड-
बद्ध पसर था । फिरो भी कीमत में झूठे खरीदने की बड़े
झूठों की बड़ी बखत थी । उसके मासिक की आमदनी
यकायक एक बाबूजी-बाबूजी-बाबूजी था । उसे इस

रह ।

झूठों के लिए ३ मीटर मिलने मीटर उसके पास ३ झूठे ही
देव जाने । उसे १२ मीटर मिले । बड़ी बखत की यहाँ ७
न, जिसके पास ३० झूठे थे, २ की खडकियों ही मीटर झूठे
झूठों के ३ मीटर के विचार से उसे १२ मीटर मिले । बड़ी
है ३, १ की खडकियों मीटर झूठे देव जाने । प्रत्येक ७
बाबूजी बाबूजी देव था । बाबूजी ने, जिसके पास ५०
झूठे झूठे खरीदने के हैं । इनके झूठों की काम कीमत पर
बाबूजी में तीनों खडकियों अलग-अलग स्थानों पर

कीमतों झूठों से बखतों की ही बाबूजी ।”

“कैसे था ? बड़ी ७ झूठों वाले झूठे झूठे बाबूजी ।

प्रतिम दो अंकों के बराबर थी। जब इस संयोग को मैंने
सन् १९३२ में मेरी उम्र में जन्म-वर्ष की संख्या के
प्रतिमाह और पाता :

X X X

सुना दिया और उसके शेष पर १० आने रख दिए।

बुधा-बुधा लड़कियाँ पर लीं। माँ को सब फिस्सा
कुल आने हुए १०।

को भी ५० आठों के (७×३)+(१×९)=३० आने मिले
(४×३)+(१×२)=३० आने मिले, और छोटी लड़की
(१×३)=३० आने मिले। माँकी लड़की को ३० आठों के
इस प्रकार : बड़ी लड़की को कवल १० आठों के ३०

दिए।

बड़ी लड़की ने भी था। बाबूजी ने तीनों के आठों के

“१० आगे।”

बाबूजी ने कहा।

“मेरे बच्चे के आठों का क्या नाम है?” बाबूजी ने

“मेरे बच्चे के १० आठों।”

“आगे?”

बाबूजी ने कहा था।

मैंने कहा था “आगे आठों।”

“आगे आठों, बाबूजी मुझे बताना चाहते थे।”

कृपितो हो है," भरे भिन्न न करे।

"विभिन्न आज तो उनकी आय, उनके पुत्र के आय की

पुत्र की आय को है गुनी थी।"

"नागार्जुनजी की ? १२ वर्ष पूर्व उनकी आय उनके

भिन्न न मुझसे पूर्ण।

(२) "श्री नागार्जुनजी की उभय क्या है ?" भरे

वनाहम उन स्थिति की उभय क्या है ?

दोहिन। आज स्वयं जान जायें कि भरी उभय क्या है।"

भरी उभय-संख्या की है न गुणा करते उभय से परा

हने है न गुणा कीजिए और नव आज से है वर्ष पूर्व की

"आज से तीन साल बाद की भरी उभय-संख्या जोहिए।

उत्तर दिया :

(१) नव आदमी से उनकी आय पूर्ण गई। उभय

शेष न रहे है।

स्वयं जोहिए किहिन उत्तर जानने की। जैसे, उत्तर है

श्री नागार्जुनजी नव भरे नौ पहेलियां है रहे है।

× × ×

क प्रमाण थी।

आज के प्रमाण की प्रमाणों के प्रमाण से भरी

हो भरी नव १२० है प्रमाण और भरी की आय

हो है थी।

आज की नव १२० और नव १२० से उनकी आय

कहे हैं। इन प्रकृतियों के अन्तर्गत वे सचित्र कहे गये हैं।
१, ३, ४, ५... प्रकृतियों को इन प्रकृतियों के अन्तर्गत

संयोजन की प्रकृतियाँ :

X

X

X

अतः प्रकृतियों का अर्थ है ७२ वर।

या य = ३३, ३४ वर।

३ (य-३२) = २ य-६४

अतः

वर कम थी। अब प्रकृतियों का अर्थ य से ३३ वर।

अर्थ २ य वर होगी। ३२ वर पहले प्रकृतियों का अर्थ ३२

(२) अतः यदि वर का अर्थ य वर है, तो प्रकृतियों

का अर्थ = ३२-३३ वर का अर्थ

३ (य+३) - ३ (य-३) = य

प्रकृतियों का अर्थ :

क्योंकि य वर प्रकृतियों का अर्थ है। अब प्रकृतियों को

इन प्रकृतियों का अर्थ प्रकृतियों से मिल जाएगा। अतः

(३) अतः प्रकृतियों का अर्थ प्रकृतियों से

अतः :

अतः प्रकृतियों

प्रकृतियों से प्रकृतियों का अर्थ है।

"अतः ठीक है। अतः प्रकृतियों का अर्थ

धर्म है। अतः धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है। अतः धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है। अतः धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है।

धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है। अतः धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है। अतः धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है।

अतः धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है।

धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है। अतः धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है। अतः धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है।

X X X

$$२३ = २ + ४ + १७ + १६$$

धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है। अतः धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है। अतः धर्म ही अनुपस्थिति का कारण है।

नहीं लिखा था।

लिखे स्थान थीं कर्मा के कारण कर्मा लिखे स्थान पर
लिखा है कि मूल कर्म उक्त कर्म की वही वही लिखा
रहा था (मूल १९९१) कर्मा की वही वही लिखा था

“... कर्म के लिए”

परन्तु लिखा था कि लिखा था कि लिखा था कि लिखा था
... (१) (२) (३) (४) (५) (६) (७) (८) (९) (१०) (११) (१२) (१३) (१४) (१५) (१६) (१७) (१८) (१९) (२०) (२१) (२२) (२३) (२४) (२५) (२६) (२७) (२८) (२९) (३०) (३१) (३२) (३३) (३४) (३५) (३६) (३७) (३८) (३९) (४०) (४१) (४२) (४३) (४४) (४५) (४६) (४७) (४८) (४९) (५०) (५१) (५२) (५३) (५४) (५५) (५६) (५७) (५८) (५९) (६०) (६१) (६२) (६३) (६४) (६५) (६६) (६७) (६८) (६९) (७०) (७१) (७२) (७३) (७४) (७५) (७६) (७७) (७८) (७९) (८०) (८१) (८२) (८३) (८४) (८५) (८६) (८७) (८८) (८९) (९०) (९१) (९२) (९३) (९४) (९५) (९६) (९७) (९८) (९९) (१००)

(... लिखा था)

लिखा था कि लिखा था कि लिखा था कि लिखा था
... (१) (२) (३) (४) (५) (६) (७) (८) (९) (१०) (११) (१२) (१३) (१४) (१५) (१६) (१७) (१८) (१९) (२०) (२१) (२२) (२३) (२४) (२५) (२६) (२७) (२८) (२९) (३०) (३१) (३२) (३३) (३४) (३५) (३६) (३७) (३८) (३९) (४०) (४१) (४२) (४३) (४४) (४५) (४६) (४७) (४८) (४९) (५०) (५१) (५२) (५३) (५४) (५५) (५६) (५७) (५८) (५९) (६०) (६१) (६२) (६३) (६४) (६५) (६६) (६७) (६८) (६९) (७०) (७१) (७२) (७३) (७४) (७५) (७६) (७७) (७८) (७९) (८०) (८१) (८२) (८३) (८४) (८५) (८६) (८७) (८८) (८९) (९०) (९१) (९२) (९३) (९४) (९५) (९६) (९७) (९८) (९९) (१००)

X X X

लिखा है।

लिखा था कि लिखा था कि लिखा था कि लिखा था
... (१) (२) (३) (४) (५) (६) (७) (८) (९) (१०) (११) (१२) (१३) (१४) (१५) (१६) (१७) (१८) (१९) (२०) (२१) (२२) (२३) (२४) (२५) (२६) (२७) (२८) (२९) (३०) (३१) (३२) (३३) (३४) (३५) (३६) (३७) (३८) (३९) (४०) (४१) (४२) (४३) (४४) (४५) (४६) (४७) (४८) (४९) (५०) (५१) (५२) (५३) (५४) (५५) (५६) (५७) (५८) (५९) (६०) (६१) (६२) (६३) (६४) (६५) (६६) (६७) (६८) (६९) (७०) (७१) (७२) (७३) (७४) (७५) (७६) (७७) (७८) (७९) (८०) (८१) (८२) (८३) (८४) (८५) (८६) (८७) (८८) (८९) (९०) (९१) (९२) (९३) (९४) (९५) (९६) (९७) (९८) (९९) (१००)

एव ।

यहाँ तक तो ठीक ऐतिहासिक जानकारी की बात ।
कर्म की विशेषता है कि वे इस 'असंभव' का प्रमाण भी दे
सकते थे, परन्तु स्थानाभाव के कारण नहीं दे पाए और
गणित-ज्ञान में एक बहुत बड़ी पहली की अपन पीछे छोड़

है ।

कर्म ने शिष्यों में लिखा था २ से बड़े इंडेक्स के लिए
उपर्युक्त सम्बन्ध सही नहीं हो सकता । जैसे अ व क का
आप जो चाहे मान रखें $अ^3 + व^3 = क^3$ सम्बन्ध असंभव

{अ, व, क चाहे कोई भी गणितिक संख्या हो ।

(३) $अ^१०० + व^१०० = क^१०० \dots$

(२) $अ^१० + व^१० = क^१० \dots$

(१) $अ^३ + व^३ = क^३ \dots$

सामान्यतः हम भी संभव होगा ? जैसे :

अब, २, ५ को चाहे कोई भी गणितिक संख्या हो
यदि २ भी माना कोई इंडेक्स, इंडेक्स ही तो था उपर्युक्त

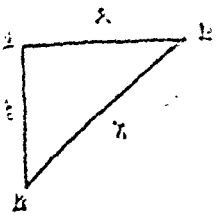
$२^५ = ५^२$ का संबंध है ।

लिखें हमें समझा है कि क्या है २ +

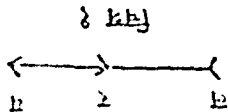
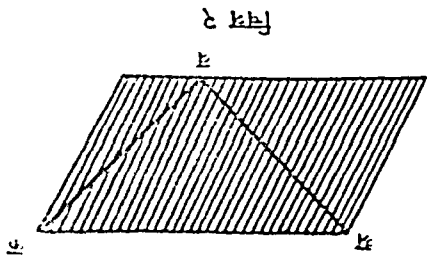
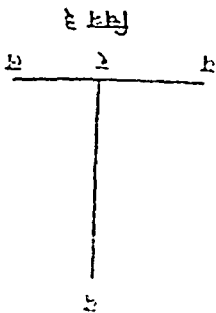
२, ५ है । हम सामान्यतः तो

तो ३ गुणाओं की बजाए सामान्यतः

मान लीजिए कि $अ^३ + व^३ = क^३$



अब तक हम मात्र देवता ही बना लगे हैं। क्रि. म.
 के १०० तक के मूर्तों के लिए यह संवत् संवत् है। इसके
 मूर्तों हम कुछ भी नहीं बना सकते।
 गणित-शास्त्र को यह विशेषता है कि यदि कोई किसी
 संवत् को संवत् मानता है तो इसके लिए उसे प्रमाण उप-
 स्थित करना पड़ेगा और यदि संभव मानता है तो इसके
 लिए भी प्रमाण देना होगा।
 सन् १९०८ में जर्मनी के प्रो. पाव बोलफेल्ड ने इस
 पहेली को सुलझाते वाने के लिए १००,००० मार्क का
 इनाम घोषित रखा है। यह इनाम अभी प्रतीक्षा कर रहा
 है—पृ. १३१।

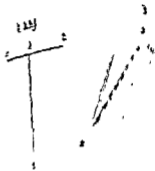


कुछ लोग मुझे बात की शक्यता देना शुरू कर दिए।
 विचारना करना शक्यता कहते हैं। तो शक्यता क्या है—
 शक्यता की शक्ति—

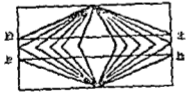
शक्यता :

व्यक्तिगत शक्ति

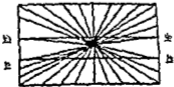
चित्र १ में रेखा-खंड र का स्पष्ट रूप में व रेखा-
 खंड से छोटी दीखती है। परन्तु मापने पर स्पष्ट ही जायगा
 कि दोनों रेखा-खंड बराबर हैं।
 चित्र २ में भी व व रेखा और व क रेखा बराबर
 लम्बी हैं।
 वही प्रकार, चित्र ३ की व ल और व र रेखाएँ
 बराबर लम्बी हैं।
 चित्र ४ और ५ की व व और क व रेखाएँ, विस्मय
 की लिए या सब कीजिए, बराबर लम्बी हैं।
 चित्र ६ को देखकर एक नियमित वर्ग है, किन्तु



चित्र ५



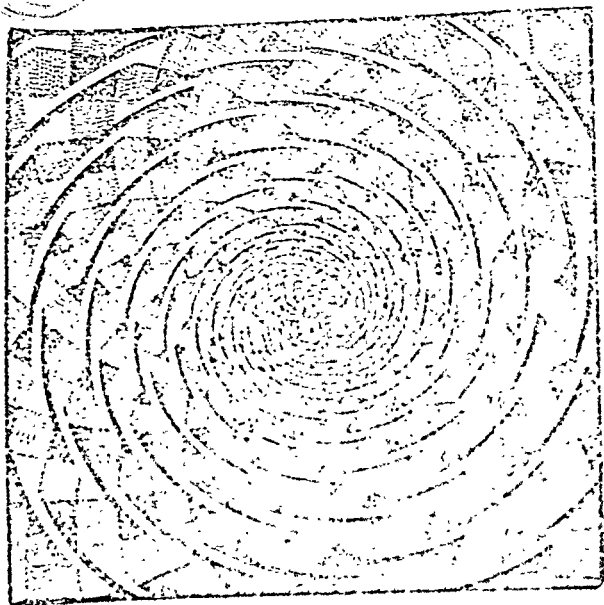
चित्र ४



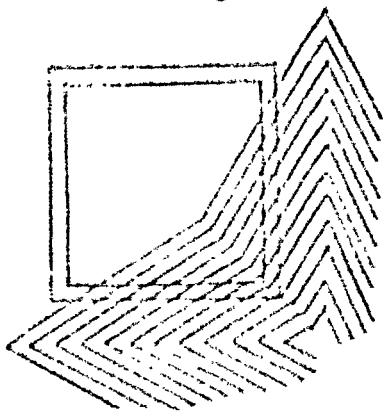
1953
 1953
 1953

1953
 1953
 1953

۱۰۰



۱۰۱



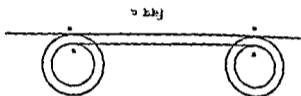
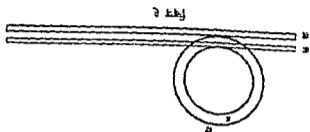


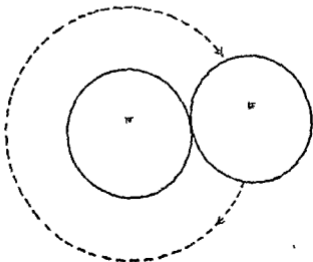
Figure 2 shows a horizontal rod with a ring around it. The rod is labeled '2' and the ring is labeled '2'. Figure 3 shows a horizontal rod with two rings around it. The rod is labeled '3' and the rings are labeled '3'.

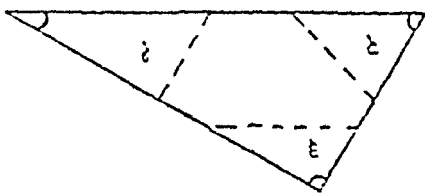
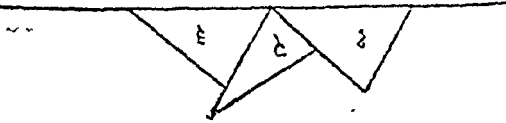
Figure 2 shows a horizontal rod with a ring around it. The rod is labeled '2' and the ring is labeled '2'. Figure 3 shows a horizontal rod with two rings around it. The rod is labeled '3' and the rings are labeled '3'.

बहुत समय है कि प्रथम विचार में आपका उत्तर गलत है। आप सोचेंगे, क्योंकि दोनों की परिधियाँ समान और क्योंकि व की परिधि व की परिधि के साथ सटीक हैगी, व अपने केन्द्र का एक चक्रेर लगाएगा। परन्तु यदि

चक्रेर लगाएगा ?

यदि व की स्थिति पर सटीक मानें एक व अपने केन्द्र पर कितने पर बिना फिसलाए, घुमाया जाए, तो पुनः अपनी आर-परिधि व की स्थिति पर सटीक रूप से व की स्थिति पर स्थिति पर सटीक मानें—व की व पर विचार कीजिए।





एक त्रिभुज के कोणों का योग १८०° होता है।

यदि एक त्रिभुज के कोणों का योग १८०° होता है, तो एक त्रिभुज के कोणों का योग १८०° होता है।

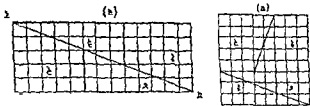
एक त्रिभुज के कोणों का योग १८०° होता है।

x x x

एक त्रिभुज के कोणों का योग १८०° होता है।

यदि एक त्रिभुज के कोणों का योग १८०° होता है, तो एक त्रिभुज के कोणों का योग १८०° होता है।

बाल यह है कि (अ) के १, २, ३ और ४ टुकड़े (ब) के क्षेत्र में फिट करने पर ठीक-ठीक घट विभागों के साथ संलग्न नहीं होते, जबकि एक बड़े ही छोटी समानान्तर वर्तुषुंज बनाते हैं। इस स्थितिमान्तर वर्तुषुंज को बड़े ही बना-कर देखा जाए तो यह (क) क्षेत्र के समान दिखाई देगा।



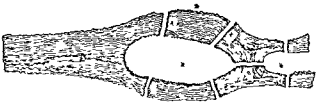
इकाई कहीं से आई ?

कल्पना कीजिए कि हम कोणज का एक वर्ग टुकड़ा निकालें और इस १४ लंबवर्गीय विभाजित करते हैं, जिनमें कि शतरंज-पटल पर होते हैं। फिर हम देखें, जिनका कि नीचे के क्षेत्र में दिखाया गया है, २ वर्तुषुंजों और २ विषुवों में काटते हैं। फिर हम टुकड़ों में क्षेत्र व की तरह से एक दूसरे वर्तुषुंज की रचना करते हैं। यह क्षेत्र वर्तुषुंज को युक्त रूप से ३ इकाईयाँ बनाएंगे, अर्थात् हम नये वर्तुषुंज का वर्णकल $4 \times 4 = 16$ होगा, अर्थात् पहले वर्तुषुंज का वर्णकल $5 \times 5 = 25$ वर्ग-इकाईयाँ होंगी। परन्तु पहले वर्तुषुंज का वर्णकल वर्ग-इकाईयाँ था। यह अतिरिक्त ९ वर्ग-इकाई कहीं से आई ?

भाव होता है।

हे और यही से मणित में टांगितलोकल तरीकी की शुरु-
 सरल विषय द्वारा प्रकट किया जाए तो समस्या बड़ी रहती
 कहे। (उपरोक्त) उभयतः कि ऊपर के जलित विषय की भाँति के
 मणितल इसकी 'सिद्ध' करने में उद्विग्न। "—एक
 इतना बताया होगा कि यह बात असंभव है और फिर कोई
 बारे में सुना और इसके डेल में उद्विग्न। ("आपकी माय
 प्रकार का माय संभव नहीं है। आजलर ने इस समस्या के
 इसके विपरीत कोई भी यह 'सिद्ध' नहीं कर सका कि इस
 किसी भी व्यक्ति को इसमें मफलता नहीं मिली, लेकिन,
 पार करे, और पुनः अपने आरिभक स्थान पर लौट आएँ।
 आरंभ करे, एक बार और केवल एक बार सभी पूर्णों को
 यह संभव है कि एक व्यक्ति शहर के किसी स्थान से चलना
 कॉनिक्वसवर्ग में प्रायः इस बात की चर्चा उठती—क्या

विषय . कॉनिक्वसवर्ग के सार पुनः



हे समल य जोगी ।

पर कीड़े-न-कीड़े गड़ेपणो न पड़े । किन्तु यास्तविक पड़ेली
जोगी ही जर्बिक किसे गणित-जनक म भाष पड़ेली
पड़ेली का इवता महत्व है कि भाषण ही कीड़े महीना जोगी
भयो एक सिद्ध नहीं कर पाए है । गणितज्ञों के लिए इस
नकल के लिए ४ रंग पर्याप्त होंगे, हम इस भाषा को
हैं । प्रार्थना यह भाषा की जाली है कि नारी प्रकार के
हैं, यदि सिद्ध किया जा सकता है कि ४ रंग पर्याप्त

है कि ४ रंग पर्याप्त है ।

न ही, प्रार्थना हमारे पास इस बात का कोई 'गणना' नहीं
बनाने में सफलता नहीं मिली, किन्तु किने ४ रंग पर्याप्त
बन्द यह है कि, किसी को भी भयो एक रंगो नकल
नकल को रंगों के लिए ४ रंग पर्याप्त है । फिर भी
निश्चय के नकल से यह स्पष्ट हो जाता है कि हम

करता है ।

इसका का प्रत्यक्ष ही हमें यह बात देनी की है कि पर
भयान प्रार्थना में सफलता नहीं मिली किन्तु ४ रंग ही ही
रंगों की भाषणयुक्त है । किन्तु भयो नकल किसी को भी ऐसा

यह मंगल ग्रह का की मूल प्रतीक होता है। ग्रह
 मीन है—युक्ति अ के पञ्च व के द्युते है, अ का
 हिस्सा भी व से द्युते होता है। अर्थात् अ = वय
 लेगा और व = यय। लेकिन यय कल्पना कीजिए

जन्म है।
 अथ गणितशास्त्र के एक गणितिक महत्त्वपूर्ण क्षेत्र का
 समर्थन होता था। और इसी मंगल, यूप की इसी पहेली के
 व फल के महान गणितज्ञ गणक (सन् १६२३-१६८२) के
 उपरीक मंगल एक प्रचार्य यूपरीक विचार है मंगल

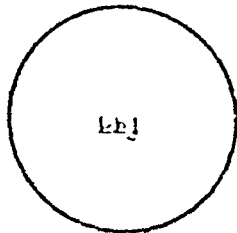
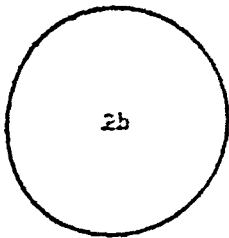
अथ मीन के अर्थ है ?
 मीन मीन वय यय है। यय है— यय की व यय
 मीन व यय व यय है। यय व यय व यय व यय
 यय व यय व यय व यय है। यय व यय व यय व यय
 यय व यय व यय व यय है। यय व यय व यय व यय
 यय व यय व यय व यय है। यय व यय व यय व यय

गणितशास्त्र - प्रतीक (Theory of Probability) की महत्त्वपूर्ण

को लें। यह धनकार होता है और इसके प्रत्येक भाग
 "ठीक है," गणितज्ञ ने कहा "आओ, हम एक पाँच

इसे समझाएँ।"

ने बीच में देखा "किन्ती बटलियाँ बनीं, बड़े पाँच के साथ,
 "एक बटलियाँ के साथ तो यह नरक बनता है" किन्ती



रहता है।"

उसने फिर से कहा कि किन्ती बटलियाँ बनीं।

$$2 = 1 + 1$$

उसने फिर से कहा कि किन्ती बटलियाँ बनीं।

उसने फिर से कहा कि किन्ती बटलियाँ बनीं।
 किन्ती बटलियाँ बनीं। किन्ती बटलियाँ बनीं।
 किन्ती बटलियाँ बनीं। किन्ती बटलियाँ बनीं।

किन्ती बटलियाँ बनीं।

किन्ती बटलियाँ बनीं। किन्ती बटलियाँ बनीं।



“यह बात है कि मैंने इस विषय पर विचार किया है।”

“यह बात है कि मैंने इस विषय पर विचार किया है।”

“यह बात है कि मैंने इस विषय पर विचार किया है।”

“यह बात है कि मैंने इस विषय पर विचार किया है।”

“यह बात है कि मैंने इस विषय पर विचार किया है।”

“यह बात है कि मैंने इस विषय पर विचार किया है।”

“यह बात है कि मैंने इस विषय पर विचार किया है।”

“यह बात है कि मैंने इस विषय पर विचार किया है।”

“लेकिन इसके विपरीत, ” गणितज्ञ ने कहे, “विश्व स्थिति में एक रूप ही था और पालन है।”

“नहीं यह बात मत लगाओ, ” गणितज्ञ के मित्र ने कहा, “एक रूप के लिए, एक साइकिल की धार-

“लेकिन क्या तुम यह नहीं जानते कि तुम कभी भी जाते नहीं सकते। तुम्हें साइकिल कभी भी नहीं मिलेगी।”

“तुम्हें क्या ? यह तो बहुत अधिक होगा। मैं अपने

“हो-हो, अभी कुछ। अभी कुछ जो मेरे पास है।”

“तुम्हें क्या ? यह तो बहुत अधिक होगा। मैं अपने

“हो-हो, अभी कुछ। अभी कुछ जो मेरे पास है।”

“तुम्हें क्या ? यह तो बहुत अधिक होगा। मैं अपने

“हो-हो, अभी कुछ। अभी कुछ जो मेरे पास है।”

“तुम्हें क्या ? यह तो बहुत अधिक होगा। मैं अपने

“हो-हो, अभी कुछ। अभी कुछ जो मेरे पास है।”

“तुम्हें क्या ? यह तो बहुत अधिक होगा। मैं अपने

“हो-हो, अभी कुछ। अभी कुछ जो मेरे पास है।”

“तुम्हें क्या ? यह तो बहुत अधिक होगा। मैं अपने

“हो-हो, अभी कुछ। अभी कुछ जो मेरे पास है।”

“तुम्हें क्या ? यह तो बहुत अधिक होगा। मैं अपने

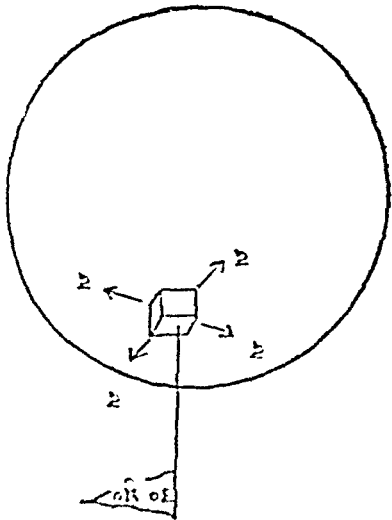
“हो-हो, अभी कुछ। अभी कुछ जो मेरे पास है।”

“तुम्हें क्या ? यह तो बहुत अधिक होगा। मैं अपने

“किन्तु कौन से संभावना है ?”

“है, सागर में एक बूँद—यही संभावना है। मैं
संभावना की बातें करता हूँ।”

इसमें मैं वादिर से मिलिर ही बंद की स्थिति सुनाई दी
कीर बारी ही हैर में सिपहिपो की एक पूरी पलटन सड़क
पर से गुजरती चलते देखी।



संभव है ?
कहाँ और कैसे
पृथ्वी पर यह

खलती है।

दिशा की ओर

जो सभी दिशाओं

निर्दिष्टता लभाव्य,

चारों ओरों में

समान और इसकी

एक सांकेतिक भक्ति

एक सांकेतिक

X X X

दिशा है।

है, और-एक ही दिशा में प्रसारित प्रमाण, प्रतीक

है ?

है और-एक ही दिशा में है और-एक ही दिशा में है।

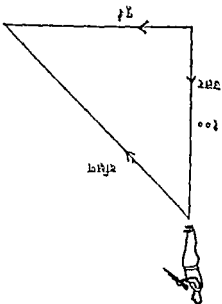
है और-एक ही दिशा में है और-एक ही दिशा में है।

निर्दिष्टता

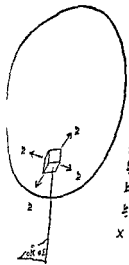
१५

१-११

एक बिकारी मर्ज के निकार के लिए निकला।



पूछी पर कबल एक ही जगह ऐसा है।
 भायर भाप समाप्त गए होतों—उत्तर एव।
 भयल, भाव मोक्ष की पहिली आपकी सरल प्रतीत
 होतों।
 एक बिकारी मर्ज के निकार के लिए निकला।
 एक एक पूर्व की और १०० गाव की दूरी पर उसे एक



एक एक पूर्व की और १०० गाव की दूरी पर उसे एक
 एक बिकारी मर्ज के निकार के लिए निकला।
 एक एक पूर्व की और १०० गाव की दूरी पर उसे एक

एक एक पूर्व की और १०० गाव की दूरी पर उसे एक

“सन् १८७० के आसपास अमेरिका में एक नया पहलू—
‘१५ की पहलू’ का प्रादुर्भाव हुआ। इसका प्रकार देना
की तरह से फैलता गया। यूरोप में भी यह पहलू

बार में लिखा है :

इस पहलू की कथा बहुत ही मनोरंजक है। इसमें
एक बर्ग-बर्गस होता है और इस बर्ग-बर्गस पर १५ लोको
रखे होते हैं। जर्मन गणितज्ञ आरन्स ने इस पहलू के

१५ की पहलू :

होता है।

उत्तर : यदि १ लॉजिक उपरोक्त विद्या-गणन उत्तर
प्रकार का है और यदि के मान्यता का रूप से यह

आश्चर्यजनक रूप से होता है ?

होना ही है और यदि ऐसा ही है ?

उत्तर :

यदि हम १५ की पहलू को देखें तो हमें एक ही बात
याद दिलाएगी कि यह पहलू १५ की पहलू है।
यदि हम १५ की पहलू को देखें तो हमें एक ही बात
याद दिलाएगी कि यह पहलू १५ की पहलू है।
यदि हम १५ की पहलू को देखें तो हमें एक ही बात
याद दिलाएगी कि यह पहलू १५ की पहलू है।
यदि हम १५ की पहलू को देखें तो हमें एक ही बात
याद दिलाएगी कि यह पहलू १५ की पहलू है।
यदि हम १५ की पहलू को देखें तो हमें एक ही बात
याद दिलाएगी कि यह पहलू १५ की पहलू है।

“एक जगत् के इतिहास का इतिहास ही है।
 “एक जगत् के इतिहास का इतिहास ही है।”

कम से कम जानें।
 एक जगत् के इतिहास का इतिहास ही है।
 एक जगत् के इतिहास का इतिहास ही है।
 एक जगत् के इतिहास का इतिहास ही है।
 एक जगत् के इतिहास का इतिहास ही है।
 एक जगत् के इतिहास का इतिहास ही है।
 एक जगत् के इतिहास का इतिहास ही है।
 एक जगत् के इतिहास का इतिहास ही है।

— इस पहेली के बारे में स्वयं कायल न लिखा है—

एक जगत् के इतिहास का इतिहास ही है।

महात्म्य न, इस पहेली का हल करने वाले के लिए एक
 अनुसंधान रहेगा। इस पहेली के निर्माता सेम कायल
 को शक्य कर, कुछ प्रश्न, कुछ पहेलियाँ समझा दो
 गणितज्ञों ने यह स्पष्ट कर दिया कि माप बाड़े लाल

को बना दिया।

जाति पर था। परन्तु गणितज्ञों ने जवाब ही इस उद्धार
 “सन् १८८० में इस पहेली का उद्धार अपनी चरमो-

शोधको यन्त्रक द्वारा बना लिया जाये।

पहेली। शायद इस स्थान पर उस पहेली को मुजबत है

पाठकों को इस पहली की मात्र खरेखे देम वना
 पाएंगे। वैसे यह पहली बहुत ही जटिल है और इसे
 पूरा रूप से समझने के लिए उसे भाषा का अध्ययन

खानों का अभियान क्रम
 : १ स्थिति

	१३	१२	११
१३	१३	०३	३
०	०	३	४
१	३	२	३

खानों का अभियान क्रम
 : २ स्थिति

	१३	१२	११
१३	१३	०३	३
०	०	३	४
१	३	२	३

१, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १०, ११, १२, १३—अपने स्थानों से पर लगे। एक बार व्यवस्थित हो जाने पर ये ब्लॉक—अगली दो पंक्तियों में १ और १३ को हम उनके उचित स्थानों उनके उचित स्थानों में रखेंगे। यह भी संभव है। फिर प्रकार दूसरी पंक्ति के ४, ६, ७ और ८ ब्लॉकों को हम आगे की वाली में घेर ब्लॉक अछूते रहेंगे। इसी क्रम की पंक्ति—१, २, ३, ४ व्यवस्थित हो गई है और हम इसे इनके अपने ठीक स्थान पर ला सकते हैं। अब पर ला सकते हैं। यदि ये अन्तिम दो कॉलम में नहीं हो तो की बिना दिए लगाए ३ और ४ को हम उनके ठीक स्थानों अपने ठीक स्थान पर लाना संभव है। उनके बाद १ और २ बिना ब्लॉक १ को दिए लगाए, २ ब्लॉक को भी संभव है।

के बाद, १ को अपने ठीक स्थान पर लाना हमें चाहिए। ब्लॉक व्यवस्थित रूप में रखे गए हैं। कुछ वाली वाली देर के लिए मान लीजिए कि सभी

१ में दर्शाया गया है।

निर्णय हम में व्यवस्थित हो जाए—जैसे कि स्थिति इस प्रकार सरकाया जाए कि अंत में सभी १५ ब्लॉक परम है : वाली जाहे का उपयोग करके ब्लॉकों को

है—

आवश्यक है। गणितीय आरेख में इसके बारे में लिखा

इस प्रकार संनिश्चय के दो काम हैं : एक द्वारा हम व्यक्तियों की स्थिति ? के निश्चयन काम में बाँटते हैं और दूसरे द्वारा स्थिति २ के काम में । और इसके विपरीत, स्थिति १ के निश्चयन काम में हम प्रथम श्रेणी की कोई स्थिति प्राप्त कर सकते हैं और स्थिति

बतल करती ।

प्रथम है, शब्दों स्थिति 'दा' की स्थिति 'दा' में परि-
सर्जन है, जो यह स्पष्ट है कि इसके विपरीत काम भी
है, 'दा' नामक किसी अन्य स्थिति में परिवर्तित हो
सकती है, जिसे संश्लेष में हम 'दा' का नाम

है । (संनिश्चय)

अब मैं स्थिति १ की स्थिति २ के रूप में बाँटता आ सकता
हूँ।

—

है । इस प्रकार हम निम्न परिणाम प्राप्त करते हैं
१२—स्थिति २ में परिवर्तित रूप में हम एक शब्द
प्राप्त करते हैं । यह शब्द १२ और १३ में
१३, और १३ की स्थिति में एक शब्द प्राप्त होता है
१४ और १४ की स्थिति में है । और १५
१५—यह शब्द १५ और १५ में १५, १६, १७, १८, १९
प्राप्त होता है । यह शब्द १९ और १९ में प्राप्त होता है

X

X

X

चित्र ३

३	२	१	०
२	३	०	१
१	०	३	२
०	१	२	३

चित्र ३ की स्थिति में लक्षण ।

अज्ञात पर खंडों को लिए और खालों को सरकाकर खंडों की स्थिति १ वाले वाक्य की लीजिए । इसे अपनी एक

पहेली १ :

चित्र २

३	२	१	०
२	३	०	१
१	०	३	२
०	१	२	३

अपनी खंडों चित्र २ की स्थिति में बदलें ।

अगर ऊपर के चर्चे में खालों की जाति खोजिए ।

चित्र २ के खालों की नियमित क्रम में खोजिए—

पहेली १ :

चित्र १

३	२	१	०
२	३	०	१
१	०	३	२
०	१	२	३

एक महामय ने नीकरी के लिए आवेदन-पत्र भेजा ।
उसने मैनेजर से कहा कि उसे प्रतिवर्ष दो हजार वेतन
मिलना चाहिए ।

X X X

बचारा बनिष्ठा सीबल रहे गया । मय भी थोडा-सा
शीघ्र कि इस पहिली में क्या रहस्य है ।
डलना करेकर बहें हुकान से चलनी बनी ।

उन देवी जी ने कुछ खडाई से कहा, "कल मैंने आपकी
१०० रुपये का नोट दिया और आज फिर १०० रुपये की
भूँठी दी । मतः अब मुझे अधिक देना नही है ।"

जीहरी ने और १०० रुपये माँगे ।

उन्होंने दूसरी भूँठी पसंद की । जीहरी को धन्यवाद
दिया और बहों से चलने की तैयार हुई ।

दूसरे दिन पुनः वह उसी हुकान पर आयी, "इसे बदल-
कर मैं २०० रुपये की एक दूसरी भूँठी लेना चाहती
हूँ ।"

मैं की नोट दिया और पर आयी ।

एक देवीजी एक जीहरी की हुकान पर भूँठी खरीदने
गई । उन्होंने १०० रुपये कीमत की एक भूँठी पसंद की,
एक देवीजी एक जीहरी की हुकान पर भूँठी खरीदने

x

x

x

(१)

कामे लोभाद्वेदो विवेकश्चैव तत्र तत्र भवति ।

इति श्री श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

... इति श्री...

1. Երկրորդը Երևանի և Երասխի միջև
 2. Երևանի և Երասխի միջև
 3. Երևանի և Երասխի միջև
 4. Երևանի և Երասխի միջև

Երևանի և Երասխի միջև

1. Երևանի և Երասխի միջև
 2. Երևանի և Երասխի միջև
 3. Երևանի և Երասխի միջև

14

1. Երևանի և Երասխի միջև
 2. Երևանի և Երասխի միջև
 3. Երևանի և Երասխի միջև

Երևանի և Երասխի միջև

1. Երևանի և Երասխի միջև
 2. Երևանի և Երասխի միջև
 3. Երևանի և Երասխի միջև
 4. Երևանի և Երասխի միջև

— Երևանի և Երասխի միջև

1. Երևանի և Երասխի միջև
 2. Երևանի և Երասխի միջև
 3. Երևանի և Երասխի միջև

कीजिए :

वृत्त से लोग शीघ्र वेग के सवालों के बारे में
गालियाँ कर बैठते हैं। नीचे के सवाल पर विचार

X

X

X

। 11.2 कक्षक ... 002

अथ दो व्यक्तियों की आयु प्रतिवर्ष १००, २००, ३००,
इस प्रकार हम देखते हैं कि तीसरे व्यक्त का वय
१२५० + १२५० = २६०० ००२ = ००२ + ००२

: यह भी

१३०० + १३०० = २६०० ००२ = ००२ + ००२

: यह भी

१५०० + १३०० = २८०० ००२ = ००२ + ००२

: यह भी

१००० + १००० = २००० ००२ = ००२ + ००२

: यह भी

१०० वर्ष की

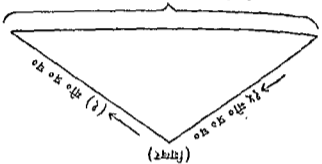
यदि यह

यदि यह ३०० वर्ष की

: यह

यह प्रमाण है कि यदि हम एक व्यक्ति की आयु को
२०० वर्ष की आयु के बराबर मानें, तो हमें ३०० वर्ष की आयु
की आवश्यकता है। यदि हमें १०० वर्ष की आयु की आवश्यकता है, तो

२ मील के लिए शीतल बना ३० मील का भाग



शुद्ध हम इस सवाल पर एक दूसरे पक्ष से विचार करेंगे : हम जानते हैं कि "दूरी = वेग × समय" या

$$\text{दूरी} = \frac{\text{वेग} \times \text{समय}}{२} = ३०।$$

प्रथम, इस सवाल पर हम नूँ विचार करेंगे . पूरे २ मील की दूरी पर ३० मील प्रति घंटे के हिमाचल से तय करें, इसके लिए उसे उतरते समय अपनी कार का वेग प्रति घंटे ४५ मील रखना होगा, क्योंकि ४५ मील ४५ का औसत

वेग है— एक व्यक्ति अपनी कार का, प्रति घंटे ४५ मील के वेग से एक मील दूरी तय करके, पर्वत जिखर पर चला जाता है। दूसरी ओर एक मील तीखे उतरते के लिए उसे अपनी कार का वेग क्या रखना होगा, ताकि पूरे २ मील का हिस्सा वह प्रति घंटे ३० मील की औसत

संभव कर सके ?

इस विवेचन का उन वाहन-चालकों के लिए विशेष लाभ है जो यह मान लेते हैं कि अभ्युक्त स्थान पर पहुँचने के लिए श्रमक समय लगेगा। जैसे; कोई चालक प्रथम ५० मील, ४० मील प्रति घंटे के वेग से जाता है और दूसरे ५० मील, ६० मील प्रति घंटे के वेग से, तो उसका औसत वेग

का होगा $2\frac{1}{2}$ या २२.५ मील प्रति घंटा।

घटे या कुछ समय लगेगा $2\frac{1}{2}$ घंटे। अतः उसका औसत वेग दो मील के लिए क्रमशः समय लगेगा $2\frac{1}{2}$ और $2\frac{1}{2}$ घंटे। यदि ४५ मील प्रति घंटे के वेग से वेग करता है, तो मील को ४५ मील प्रति घंटे के वेग से वेग करता है और दो घण्टे लेगा है। अतः विवेचन में—यह व्यक्ति प्रथम स्थान पर पहुँचने में ४५ मील प्रति घंटे के वेग से वेग करे पर दो घण्टे लेगा है। यदि वह दो घण्टे लेगा है। यदि वह दो घण्टे लेगा है ? अतः

अतः वेग का औसत होगा

यदि वेग का औसत होगा ४५ मील प्रति घंटे के वेग से वेग करे पर दो घण्टे लेगा है। यदि वह दो घण्टे लेगा है। यदि वह दो घण्टे लेगा है ? अतः

एक बड़े परिवार के लोग इकट्ठे होते हैं ।

शोर एक पहेली कीजिए—

व्यक्तिगत जीवन की सिद्धि हो ।

उत्प्रेत सत्यकरण, ऐसा बताया है, मानो किसी

धरतः "बड़े व्यक्ति" जीवन वाले का पुत्र है ।

व्यक्ति का पिता 'जीवन वाला स्वयं है ।

भरे पिता का पुत्र है, वह उस

है । शोर, यदि 'उन व्यक्ति का पिता'

'भरे पिता का पुत्र' बड़े व्यक्ति स्वयं

कहेगा है, न बड़े है शोर न शरीर; वह

सत्यकरण: यदि जीवन वाले के, जहां कि बड़े

किया उस व्यक्ति का पिता भरे पिता का पुत्र है ।"

"भरे कोई बड़े नहीं, कोई शरीर नहीं,

हीरो है उभरा गणितज्ञ नरु से गहना बंधन है ।

इस करने के लिए जिस गणितीय रूप की आवश्यकता

आता है वे गणित की पहचान नहीं है । परन्तु इनकी

गोप्य विरह-भावना ही वे पहचानते हैं यह है ।

X

X

X

एक ही शक्ति है ।

३० शक्ति शक्ति नहीं है। उभरा शक्ति रूप हीना

विशाल सख्याओं और अन्त के भेद को हमें स्पष्ट कर लेना चाहिए। पृथ्वी पर के मानव-वर्ग की हम जिनकी कल्पना की है। पृथ्वी पर के सभी पक्षियों की संख्या का अनुमान लगाना भी असंभव है और इस जिनकी की हम एक निश्चित सख्या द्वारा प्रकट कर सकते हैं। सभी भाषाओं में प्रकृतिज्ञान, सभी पुरतकों के सही धारणों की भी हम सख्या द्वारा प्रकट कर सकते हैं। यूनानी गणितज्ञ आर्किमिडीज बड़ी सख्याओं और अन्त के भेद की समझता था। इसीलिए उसने कहा था कि पृथ्वी के सभी समुद्र-तटों पर बिखरे समस्त बालकण गणना हो सके। इसीलिए, गणितज्ञ ब्रह्मिण्ड के अन्त नहीं है। इसीलिए, गणितज्ञ ब्रह्मिण्ड के अन्त नहीं है।

मूल में 'अन्त' की एक सामान्य परिभाषा हम देगे- 'अन्त एक ऐसा समूह है, जिसके सदस्यों की हम एक निश्चित समय में जिनती नहीं कर सकते।'

अन्त क्या है ?

अन्त में संख्या पहेलियाँ

यदि एक श्रेणी के सदस्यों को हम इस प्रकार लिखें :
 $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots$

$$a_1 = a, a_2 = a+d, a_3 = a+2d, \dots$$

$$a_2 - a_1 = d$$

$$a_3 - a_2 = d, a_4 - a_3 = d, \dots$$

इस प्रकार हमें एक श्रेणी के सदस्यों के बीच का अंतर d मिलता है।

$$d = a_2 - a_1$$

$$= a + d - a = d$$

$$a_3 - a_1 = (a + 2d) - a = 2d$$

इस प्रकार हमें $a_3 - a_1 = 2d$ मिलता है।

यदि एक श्रेणी के सदस्यों को हम इस प्रकार लिखें :
 $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots$

$$a_1 = a$$

$$a_2 = a + d$$

$$a_3 = a + 2d, a_4 = a + 3d, \dots$$

यदि हम श्रेणी के सदस्यों को हम इस प्रकार लिखें :
 $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots$

$$a_1 = a, a_2 = a + d, a_3 = a + 2d, \dots$$

इस श्रेणी पर विचार कीजिए।

हमें कुछ चीजों के उदाहरणों से लग सकता है।

श्रेणी के सदस्यों के बीच का अंतर d एक स्थिर संख्या है, इनका अंतर

एक ही है। इस प्रकार श्रेणी के सदस्यों के बीच का अंतर

एक ही है। इस प्रकार श्रेणी के सदस्यों के बीच का अंतर

१-१+१-१+१-१+१-१+१-१+१-१...

श्रेणी के योग के बराबर होगा—

श्रेणियों का एक ही मान होगा अर्थात् सभी का योग निम्न
अब हम क का मूल्य १ रखेंगे। दाईं ओर की सभी

जा सकते हैं।

इसी प्रकार हम और भी श्रेणियाँ तैयार करते चले

...क०-क१+क२=

$$\frac{१+क१+क२+क३+क४+क५}{१}$$

...क३+क४+क५+क६= १-क०-क१+क२-क३+क४-क५+क६+...

$$\frac{१+क१+क२}{१} = १-क०+क१-क२+क३-क४+क५-क६+...$$

$$\frac{१+क१}{१} = १-क०+क१-क२+क३-क४+क५-क६+...$$

...

यदि किसी भी श्रेणी का योग करने

× × ×

है।

हमारे ही श्रेणी है श्रेणियों का योग
का मान ० और क का मान क है।
इस श्रेणी का योग हमें मिलेगा मान क है।

१

... + (2020-23) + (23-33) + (3-2) + (2-3) = 23

... + (33+33-1) + (33+2-1) + (2+2-1) + 2 = 23

... + (2-2) + (2-3) + (2-3) + (2-3) = 23

... + (2+2-1) + (2-2) + (2-3) + (2-3) = 23

... + (2-2) + (2-3) + (2-3) + (2-3) = 23

... + (2-2) + (2-3) + (2-3) + (2-3) = 23

... + (2-2) + (2-3) + (2-3) + (2-3) = 23

... + (2-2) + (2-3) + (2-3) + (2-3) = 23

... + (2-2) + (2-3) + (2-3) + (2-3) = 23

... + (2-2) + (2-3) + (2-3) + (2-3) = 23

... + (2-2) + (2-3) + (2-3) + (2-3) = 23

अनन्त का अकामिष्ठतः
वर्णों की पहलियों के बाद से पिछली शताब्दी तक
प्रयः हर गणितज्ञ अनन्त की पहलियों को सुलभमाने की

X X X

परिधि के 'क्षेत्रफल' के बराबर है।
परिधि के बराबर है। अन्य शब्दों में : एक चिह्न वृत्त
बराबर है, नियोज्य निकलता है कि : एक चिह्न एक वृत्त की
क्याँकि रेखांकित वृत्त और रेखांकित वलय का क्षेत्रफल
संबंधित वर्णों वृत्त-परिधि में स्थित जाता है। तर्कित,
वृत्त व चिह्न में स्थित जाता है और रेखांकित वलय व से
और बरकती है—व से रेखा पर पहुँचती है। तब रेखांकित
अब कल्पना कीजिए कि व क रेखा व से रेखा की

वलय का क्षेत्रफल बराबर है।
और व व संबंधित वर्ण वर्णों का अन्तर—रेखांकित
का क्षेत्रफल बराबर है और वर्णों और का भाग, —व क
व वर्णों के भाग का अर्ध और का भाग रेखांकित वृत्त

$$2. 3. 4. 5. = 2.3.4.5. - 2.3.4.5.$$

अर्थात् वृत्त

वर्णों के भाग (2) का वर्णों के भागों को व से गुणा

(2).....

—

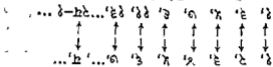
कल्पना कीजिए कि आप २४ मनुष्यों के एक सुधारक-दल के नेता होकर आदिवासियों के बीच जाते हैं। मान लीजिए कि आदिवासी केवल तीन तक ही गिनती करना जानते हैं, अर्थात्, वे एक, दो, तीन और मानक की ही समझ सकते हैं। अपने आशियों का पीछे छोड़कर उनके निवास-मोजन की व्यवस्था के लिए आप आदिवासियों के मुखिया के पास पहुँचते हैं। आप उसे और २३ आदिवासियों के मोजन की व्यवस्था के लिए कहते हैं। मान लीजिए कि मोजन की बात वह किसी तरह समझ जाता है, परन्तु वह आपके 'संदेह' की कसै समझे ? वह तो तीन के माने जाता है। तो नहीं। अब आपकी एक मुक्ति सूचना है—आप अभीन पर

एकड़नी होनी ।

१, २, ३, ... गिनती करने वाले जाते हैं। ऐसे मूल बात बताना कि उस वर्ग की एक-एक वस्तु को लेकर ऐसे समझा-बताव से क्या करते हैं ? केवल यह कहने से काम नहीं चलता (Finite class) की गिनती करते हैं तो हमारा गिनती करने का तरीका क्या है ? अब हम किसी संख्याओं के बारे में कुछ बातें जान लेना चाहते हैं।

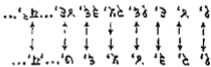
कठोर के सिद्धान्त की समझने से पूर्व हमें आर्थिक मध्य गणित की जन्म दिया
 कठोर (डॉ० ए० १८४४—१९१८) ने अनन्त-समर्थी एक
 श्रद्धालु के मानवम चरण से ही गिनती। अनन्त गणितज्ञ
 की श्रद्धा करता रहते। परन्तु इसका आर्थिक हल हमें १९६०

तीन एक-एक का संयोज्य संभव है। इस क्रम की शक्ति
 ऊपर प्राकृतिक संख्याएँ हैं और नीचे विषय संख्याएँ। इनकी



अपरिमित है। और एक उदाहरण नीचे—

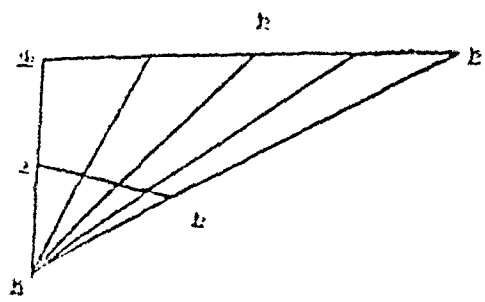
यह है, उसी प्रकार उसकी वर्ग-संख्याओं का वर्ग भी
 वास्तव्य यह है कि जिस प्रकार प्राकृतिक-संख्या-वर्ग अपरि-
 लम्बकी वर्ग संख्याओं में एक-एक-संयोज्य संभव है।
 संख्या नहीं। दूसरे शब्दों में, प्राकृतिक संख्याओं और
 इस क्रम का कोई अन्त नहीं, यद्यपि इस क्रम में कोई अन्त
 शीघ्र-सा विचार करने पर यह स्पष्ट हो जाएगा कि



ही एक उसकी नीचे प्रत्येक संख्या की वर्ग-संख्या की—

यह एक वास्तव्य है इन संख्याओं की शक्ति और फिर
 प्राकृतिक संख्याओं का १, २, ३, ... अन्त तक। यह
 वास्तव्य अपरिणी और सरल अपरिमित वर्ग है समस्त
 है। उसी प्रकार अपरिमित संख्याओं के भी वर्ग है।
 की समस्या। जिस प्रकार परिमित संख्याओं के वर्ग
 १, ४, ... वर्ग संख्याओं से कन्ट्र में अपरिमित संख्याओं

यहाँ तक सिद्ध कर दिखाय है कि एक डब्बे के अन्दर के
 यन्त्रों के एक एक भागों को एक एक भागों के
 इस परमाणु परमाणु के अणुओं के अणुओं के अणुओं के
 ही सिद्ध है कि एक एक अणुओं के अणुओं के अणुओं के
 डब्बे का अणुओं का अणुओं का अणुओं का अणुओं का अणुओं का
 से निम्न निकलता है कि डब्बे-से-डब्बे के अणुओं के
 सिद्ध है कि एक एक अणुओं के अणुओं के अणुओं के
 अणुओं के अणुओं के अणुओं के अणुओं के अणुओं के
 अणुओं के अणुओं के अणुओं के अणुओं के अणुओं के
 अणुओं के अणुओं के अणुओं के अणुओं के अणुओं के



यहाँ तक सिद्ध कर दिखाय है कि एक डब्बे के अन्दर के
 यन्त्रों के एक एक भागों को एक एक भागों के
 इस परमाणु परमाणु के अणुओं के अणुओं के अणुओं के
 ही सिद्ध है कि एक एक अणुओं के अणुओं के अणुओं के
 डब्बे का अणुओं का अणुओं का अणुओं का अणुओं का अणुओं का
 से निम्न निकलता है कि डब्बे-से-डब्बे के अणुओं के
 सिद्ध है कि एक एक अणुओं के अणुओं के अणुओं के
 अणुओं के अणुओं के अणुओं के अणुओं के अणुओं के
 अणुओं के अणुओं के अणुओं के अणुओं के अणुओं के
 अणुओं के अणुओं के अणुओं के अणुओं के अणुओं के

एक भद्रवृत्ति में ठीक उतने ही बिन्दु है जितने कि
नर्मण्युत्पत्ति में है ।

अर्थात् है कि अपनी अन्त की चर्चा में यही पर
समाप्त कर दें । इतनी ही वक्तवास गणितज्ञों की पणज
करार देने के लिए प्रार्थना है और यही पर आकर रसेल
महात्म्य द्वारा दो बड़े गणित की परिभाषा साधक सिद्ध
होती है । "गणित एक ऐसा शास्त्र है जिसमें हम यही
जानते कि हम क्या चर्चा कर रहे हैं, किसकी चर्चा कर रहे
हैं, और न हम यही जानते हैं कि जिसकी हम चर्चा कर
रहे हैं वह मूल्य है ।"

अन्त पूछा जा सकता है—जब अन्त का कोई
अस्तित्व ही नहीं था इसके अस्तित्व का हमारे पास कोई
भौतिक प्रमाण नहीं तो, फिर इस गणितोप अन्त की
चर्चा क्यों ? लेकिन बर्जुवर, यह अन्त ही तो गणित-
शास्त्र की जान है, पग-पग पर इसकी खंजरत पड़ती
है । भौतिक जगत् में किसी अन्त का अस्तित्व ही था
नहीं, गणितोप सिद्धान्त इसके बिना जीवित नहीं रहे
सकते । फिर भी गणितज्ञों का यह दावा नहीं ही है कि
उन्होंने अन्त की पहली को पृथक् रूप से हल कर लिया है ।

सबसे प्रसिद्ध लौकिक पहेली है परिमन्त्रित का । इसी पं० छठी शताब्दी में यह एक यूनानी दार्शनिक थे । इनका कथन था, सभी कोट-निवासी अंध हैं (और इस मान में पृथ्वी के सभी लोग अंध बोलते हैं) ।

यहाँ पर तर्कशास्त्र और गणित के सम्बन्ध की सिद्ध करती सम्भव न होगी, क्योंकि यह विषय बहूत ही जटिल है । लौकिक-गणित सम्बन्धी कुछ पहेलियों पर ही यहाँ हम विचार करेंगे ।

अर्थशास्त्र में यूनानी शास्त्र एक है । तर्कशास्त्र के क्षेत्र में एक विभाजन किया नहीं जा सकता । गणना है । परिमाण यह है कि आज हम गणित और गणितज्ञ ही गणने और गणितज्ञ और लौकिक ही विचार करते हैं पर गणितज्ञ ही है—तर्कशास्त्र लौकिक गणने के लिए रहे हैं । तर्कशास्त्रिक गणने में दोनों का अंतर है कि गणित और तर्कशास्त्र गणना-मूलक अर्थ-शास्त्रिक लौकिक गणित है : "एथि-Introduction to

लौकिक-गणित की पहेलियाँ

- (१) सी निपा के पवार हिं है ।
- (२) कयन (१) एक निपम है ।
- (३) एरानि कयन (१) कः पवार है ।
- (४) एतः सी निपा के पवार हिं है ।

सी पवारिह है ।

हिं है । ' निपा कयन के उरुवोपा से वरुव कयन से सी निपा के पवार हिं है ।

X X X

की गतिक कयन है ।

- (१) एतः सी निपा के पवार हिं है ।
- (२) एतः सी निपा के पवार हिं है ।
- (३) एतः सी निपा के पवार हिं है ।
- (४) एतः सी निपा के पवार हिं है ।
- (५) एतः सी निपा के पवार हिं है ।
- (६) एतः सी निपा के पवार हिं है ।
- (७) एतः सी निपा के पवार हिं है ।

को पतः-पतः स्थान से पारिह ।

अपकी निवारी कर है । ' क्या ? नीचे के कयन-कयन कयनदार वैदमान है " यदि । निपाक अंड का कयन ही है : 'आज सी गते गाव है । ' इस पार के सी निपाक निर सी इस प्रकार के कयनों की यदाकदा कहते हैं कयन से अपकी गावद और की यका पर्वत ।

× × ×

किसका कथन सही है ? कौन जाने ?

“नहीं, इस प्रकार नहीं,” शिष्य ने कहा, “यदि मैं जानता हूँ तो कौन कौन के निराश्रित के आश्रित मुझे पता नहीं देना होगा। और, यदि आप जानते हैं तो हमारे कारर के आश्रित मुझे आपका पता नहीं देना होगा। किसी भी आश्रित में मुझे आपका पता न देना होगा।

प्रोफेसर ने कहा : “यदि मैं जानता हूँ, तो कौन कौन के निराश्रित के आश्रित मुझे पता देना होगा। और, यदि हम जानते हैं तो हमारे कारर के आश्रित मुझे पता देना होगा। किसी भी आश्रित में मुझे पता देना होगा।”

प्रोफेसर ने कहा : “यदि मैं जानता हूँ, तो कौन कौन के निराश्रित मुझे पता देना होगा। और, यदि हम जानते हैं तो हमारे कारर के आश्रित मुझे पता देना होगा। किसी भी आश्रित में मुझे पता देना होगा।”

प्रोफेसर की प्रतिक्रिया :



उसकी दाढ़ी का क्या होना होगा ?

बढ़े नहीं बनाता है जो बनाता है ।

नाई जब अपनी दाढ़ी बनाता है, तब वह नहीं बनाता और
दाढ़ी पर एक अजीब स्थिति पड़ती है । क्योंकि वह

बनाते । अतः वह स्वयं ही अपनी दाढ़ी बनाता है ।

सभी पुरुषों की दाढ़ी बनाता है जो स्वयं अपनी दाढ़ी नहीं
जा स्वयं अपनी दाढ़ी नहीं बनाता । परन्तु वह नाई उन
नहीं बनाता । तब वह उस बर्ग का सदस्य बन जाता है
अर्थात्, अब मान लीजिए कि वह स्वयं अपनी दाढ़ी

दाढ़ी बनाता है । अब नाई स्वयं अपनी दाढ़ी नहीं बनाता ।
तब वह उस बर्ग का सदस्य बन जाता है जो स्वयं अपनी
मान लीजिए कि वह स्वयं अपनी दाढ़ी बनाता है ।

दाढ़ी बनाता है या नहीं बनाता ?

स्वयं उस नाई पर ही विचार कीजिए । क्या वह अपनी
पहले कथन मुझे मैं आपकी सरस प्रतीति होगी । लेकिन

जो स्वयं अपनी दाढ़ी नहीं बनाते ।

बनाते हैं । परन्तु मैं उन सभी पुरुषों की दाढ़ी बनाऊँगा,
उन पुरुषों की दाढ़ी नहीं बनाऊँगा, जो स्वयं अपनी दाढ़ी
"हेतुव के सभी पुरुषों में से, स्वाभाविक है कि, मैं

हेतुव के एक नाई मैं नियम बनाता ।

